« Système éducatif et bien-être social : faut-il subventionner l'éducation? »

Vincent Barthélémy

L'Actualité économique, vol. 76, n° 4, 2000, p. 521-541.

L'Actualité économique, Revue d'analyse économique, vol. 76, n° 4, décembre 2000

SYSTÈME ÉDUCATIF ET BIEN-ÊTRE SOCIAL : FAUT-IL SUBVENTIONNER L'ÉDUCATION?*

Vincent BARTHÉLÉMY
GREQAM

RÉSUMÉ – Nous considérons un modèle à générations imbriquées dans lequel l'accumulation de capital humain dépend à la fois de l'effort d'éducation des individus et de la productivité du système public d'éducation. Ce dernier dépend notamment du pourcentage d'enseignants choisi par les pouvoirs publics. Même si chaque individu influence également le taux d'encadrement par son propre effort d'éducation qui modifie la taille des classes, chacun pris individuellement considère cet effet comme négligeable. Ceci introduit une rupture entre équilibre et optimum et rend nécessaire une intervention publique. Nous montrons qu'une subvention à l'éducation associée à des transferts intergénérationnels (deuxième théorème du bien-être) suffit à rétablir l'optimum dans l'équilibre concurrentiel. Le long du sentier de croissance à taux constant, le signe de la subvention dépend de l'ampleur relative des deux externalités d'éducation. Nous précisons l'influence des paramètres pertinents sur les variables optimales dans un exemple.

ABSTRACT – *Educational System and Social Welfare: Has Education to be Subsidized?* We deal with an OLG model in which human capital accumulation depends on two inputs: the personal training effort and the productivity of the public education system. The productivity of public education is represented by the teacher-pupil ratio, which partly depends on the percentage of teachers chosen by the government. Even if individuals also influence the teacher-pupil ratio through their training effort, each one taken individually disregards this effect. This last points entails a break between competitive equilibrium and optimum and thus justifies a public intervention necessary to compensate for this sub-optimality. We show that a subsidy to education together with intergenerational transfers are sufficient to restore the optimum in the competitive equilibrium. Finally, along the constant growth path, we show that the sign of the subsidy depends on the relative size of the two educational externalities. We specify the effect of main parameters on optimal variables in an example.

* Je remercie vivement Philippe Michel pour son aide très précieuse. Je souhaite également remercier Jean-Pierre Vidal ainsi que les deux rapporteurs anonymes de la Revue.

INTRODUCTION

Ce texte examine les conséquences du fonctionnement d'un système éducatif public sur les politiques optimales d'éducation lorsque les individus choisissent leur durée de formation et que les pouvoirs publics fixent le nombre d'enseignants.

L'économie de l'éducation est fortement inspirée par la théorie du capital humain (Schultz, 1961; Becker, 1964; Becker et Chiswick, 1966; Ben-Porath, 1967). Cette théorie conçoit la formation comme un processus affecté par des décisions uniquement privées et néglige le côté de l'offre qui est supposée s'ajuster parfaitement. Or les dépenses publiques d'éducation occupent une place significative dans les budgets des pays industrialisés. Ainsi aux États-Unis elles représentent 3 % à 4 % du PIB et elles s'élevaient en France en 1996 à 7,4 % du PIB dont plus de 6 % à la charge de l'État (administration centrale plus collectivités territoriales).

Cette approche de l'éducation se retrouve dans la littérature analysant les liens entre éducation et croissance. Ainsi chez Uzawa (1965), Lucas (1988) et Azariadis-Drazen (1990), le niveau de formation d'un individu ne dépend que de sa durée d'éducation. Dans le même esprit, Michel (1993) considère un modèle où les connaissances acquises dépendent des dépenses privées d'éducation.

Certains modèles considèrent des formes privées et publiques d'éducation. Glomm et Ravikumar (1992) supposent que les individus jeunes effectuent un arbitrage entre loisir et formation et qu'ils reçoivent également une formation publique. Cependant, leur préoccupation réside dans l'étude de l'impact différencié des systèmes éducatifs public et privé sur la croissance et les inégalités. En outre, ils assimilent la qualité de l'éducation publique aux dépenses publiques par tête. En cela, ils se rapprochent de la majeure partie des modèles de croissance qui intègrent une offre publique d'éducation (Michel, 1993; Gradstein et Justman, 1997). Cette hypothèse est insuffisante dans la mesure où elle ne permet pas d'étudier le fonctionnement du système éducatif. Or, il est légitime de penser que les enseignants constituent le canal privilégié par lequel les connaissances sont transmises d'une génération à l'autre. Leurs salaires, qui sont fonction de leur productivité, s'élèvent au cours du temps. Ainsi, le maintien d'une certaine qualité d'éducation (à nombre d'enseignants et d'élèves donnés[1]) nécessite un accroissement des dépenses par élève (et non pas leur constance comme dans les travaux cités ci-dessus). Par ailleurs, l'efficacité de l'enseignement est affectée par la taille des classes. L'enseignement est d'autant moins efficace que le nombre d'élèves par enseignant est élevé.

Pour prendre en compte ces effets liés au fonctionnement du système éducatif, nous présentons dans la première section un modèle dans lequel l'éducation

1. Le taux d'encadrement qui est ici l'indice de la qualité de l'éducation est donc par définition inchangé.

publique et l'éducation privée sont complémentaires. Plus précisément le capital humain accumulé par un individu dépend toujours du temps qu'il consacre à son éducation (Lucas, 1988; Azariadis-Drazen, 1990), mais l'efficacité de son effort de formation dépend du taux d'encadrement du système éducatif public. Ce dernier est le rapport du nombre de professeurs sur le nombre d'élèves.

Une caractéristique essentielle du modèle est la mise en évidence, lorsque la politique d'éducation consiste en la fixation du nombre d'enseignants, d'une externalité statique négative liée à l'effort d'éducation. En effet, chaque individu considère le taux d'encadrement comme donné et n'intègre pas l'effet négatif d'un effort d'éducation accru sur le nombre d'élèves, donc sur la baisse du taux d'encadrement. Toutefois, comme chez Azariadis-Drazen (1990), nous supposons l'existence d'une externalité intergénérationnelle positive dans la mesure où chaque individu égoïste hérite involontairement du capital humain de ses parents.

La deuxième section présente l'équilibre concurrentiel d'une économie dans laquelle une politique éducative est instaurée et où des transferts intergénérationnels sont introduits. La politique éducative consiste en la fixation du nombre d'enseignants et d'une subvention ou d'une taxe sur la durée d'éducation. Cette dernière influence les choix éducatifs des individus tandis que les transferts modifient leur épargne et, par conséquent, l'accumulation de capital physique.

Si la société bénéficie du système public d'éducation, elle doit aussi en supporter les coûts. Ceux-ci sont dus d'une part au fait que les salaires des enseignants sont à financer par des taxes et d'autre part au fait que les activités d'enseignement sont exclusives de celles relevant de la production du bien final. Plus il y a d'enseignants et moins la force de travail est importante, ce qui a des incidences sur le volume de production du bien final de la période. De même, plus il y a d'étudiants, moins il y a de travailleurs.

Dans la troisième section, nous analysons le problème de croissance optimale. Nous mettons notamment en évidence la non-optimalité des choix individuels d'éducation en l'absence de subvention. Nous montrons que le signe de la subvention optimale n'est pas forcément constant. Dans le cas particulier où la fonction d'accumulation de capital humain est de type Cobb-Douglas, le signe de la subvention à l'éducation dépend de l'ampleur relative des externalités dynamique et statique. Si l'externalité intragénérationnelle négative est suffisamment élevée, la politique optimale consiste à taxer l'éducation. Si cette externalité est assez faible, il est optimal de subventionner l'éducation. Sinon, l'éducation sera subventionnée lorsque le facteur d'actualisation du planificateur est assez élevé. Elle sera taxée dans le cas inverse.

1. Le modèle

Nous considérons un modèle à générations imbriquées dans lequel les agents vivent deux périodes. À chaque période t naît une génération de taille N_t.

À la période t, les individus jeunes répartissent leur dotation en temps normalisée à 1 entre éducation (u_t) et travail ($1 - u_t$). Étant adultes en $t + 1$, ils travaillent soit dans le secteur productif, soit dans le secteur éducatif comme enseignants. La proportion de la population adulte allouée au secteur de la formation (θ_{t+1}) dépend des choix de politique éducative des pouvoirs publics. Une fraction $1 - \theta_{t+1}$ des adultes travaille donc à la production du bien physique.

À chaque période t, le système éducatif fonctionne grâce aux seuls enseignants. Cependant l'efficacité de leur enseignement dépend du nombre d'élèves qu'ils ont à former. Ainsi la qualité de l'éducation est directement liée au taux d'encadrement (TE), c'est-à-dire au rapport du nombre d'enseignants $\theta_t N_{t-1}$ sur le nombre d'élèves[2] $u_t N_t$. Si l'on suppose que la population croît au taux n, on obtient :

$$TE_t = \frac{\theta_t}{(1+n)u_t}.$$

L'individu né en t dispose du niveau de capital humain h_t :

$$h_{t+1} = G(TE_t, u_t)\, h_t \tag{1}$$

où G est une fonction croissante et concave en chacun de ses arguments. Nous supposerons qu'en l'absence d'enseignants, un individu ne peut se former ($G(0, u) = 0$).

Le lien introduit entre taux d'encadrement et productivité de l'enseignement est intuitif. Plus un enseignant fait face à un nombre important d'élèves, moins la quantité et/ou la qualité des connaissances transmises est importante. Cette hypothèse est confirmée par de nombreux travaux économétriques qui ont mis en évidence un lien significativement positif entre les caractéristiques des établissements scolaires fréquentés (dont le taux d'encadrement) et le salaire de leurs anciens élèves. Ainsi Card et Krueger (1992), sur données américaines regroupant les hommes (blancs) nés de 1920 à 1949, estiment qu'en moyenne une baisse de 10 % du rapport nombres d'élèves par enseignant (l'inverse du taux d'encadrement) accroît le rendement des années d'éducation de 0,9 % et le salaire de 3,6 %[3] (voir également Loeb et Bound, 1996).

Plus récemment Krueger (1997), analysant les conséquences du projet STAR[4] montre que, en moyenne, les résultats aux tests de connaissances augmentent de

2. Il serait équivalent ici de retenir une vision plus qualitative du taux d'encadrement en intégrant la qualité (le capital humain) des intervenants du système éducatif. En effet, le nombre d'enseignants efficaces serait $\theta_t N_{t-1} h_t$ et le nombre d'étudiants ajusté par leur capital humain serait $u_t N_t h_t$.

3. Les estimations de l'impact sur le rendement prennent uniquement en compte les individus ayant passé de deux à cinq années au minimum (suivant l'année de naissance) au sein du système éducatif. Les estimations sur le salaire ne concernent que ceux disposant d'un minimum de huit années d'éducation.

4. Ce projet porte sur 11 600 élèves de maternelle du Tennessee et a débuté en 1985.

4 % la première année durant laquelle les élèves sont affectés dans une petite classe (13 à 17 élèves). De plus, après l'affectation d'un élève dans une petite classe, ses résultats augmentent de 1 % par an comparativement à ceux des classes normales (22 à 25 élèves).

Dans une étude internationale portant sur 83 pays, Dessus (1999) montre que des taux d'encadrement plus importants au niveau de l'enseignement primaire impliquent une productivité marginale du capital humain plus grande.

Le processus éducatif comporte différentes facettes. D'une part, il est de manière classique supposé dépendre de la durée d'éducation individuelle (Ben-Porath, 1967; Azariadis et Drazen, 1990; Lucas, 1988). D'autre part, il est conditionné par la qualité de l'enseignement dispensé. La qualité de l'éducation dépend à la fois des choix de politique éducative (nombre d'enseignants) et des choix individuels. Ces derniers provoquent un effet d'encombrement du système éducatif puisque, à nombre d'enseignants donné, ils modifient la taille des classes.

Les individus accumulent des connaissances en consacrant une partie de leur temps à étudier. L'efficacité de cet effort individuel est influencée par la structure du système éducatif. Cependant, toutes choses égales par ailleurs, l'impact de la durée de formation sur l'efficacité du système éducatif est négatif puisque la participation individuelle supplémentaire induit une augmentation du nombre d'élèves par enseignant et, par conséquent, une dégradation des conditions d'enseignement. Étant donné le nombre important d'individus dans l'économie, cet effet négatif n'est pas perçu individuellement et les agents considèrent le taux d'encadrement comme donné. Cette externalité « intragénérationnelle » (statique) est une première source d'inefficacité dans le modèle dans la mesure où les choix éducatifs seront spontanément sous-optimaux. La deuxième source d'inefficacité, déjà présente chez Azariadis et Drazen (1990), est l'existence d'une externalité intergénérationnelle (dynamique) dans la mesure où les individus héritent d'une fraction du capital humain de leurs parents. Or, ces derniers s'éduquent sans prendre en compte l'impact de leur effort de formation sur le capital humain de leurs enfants.

Notons enfin que dans notre formulation, le rendement de l'éducation, donc le taux de croissance de long terme de l'économie, dépend crucialement de la complémentarité entre l'efficacité du système éducatif (représentée par son taux d'encadrement) et celle de l'effort de formation individuel.

1.1 *Les consommateurs*

À leur naissance, les individus jeunes héritent d'un capital humain h_t^o. Pendant leur première période de vie, ils consomment c_t, investissent une fraction u_t de leur temps dans l'éducation ($0 \leq u_t \leq 1$), épargnent s_t et offrent $(1 - u_t)\, h_t^o$ unités de travail efficaces. Ils s'acquittent de taxes a_t et perçoivent une subvention à l'éducation dont le taux est noté μ_t. Leur contrainte budgétaire s'écrit donc :

$$c_t + s_t = w_t(1 - u_t(1 - \mu_t))\, h_t^o - a_t. \tag{2}$$

Pendant leur seconde période de vie, les individus travaillent soit dans le secteur productif, soit dans le secteur éducatif. La condition de non-arbitrage implique que l'individu est indifférent au type d'emploi occupé, les rémunérations étant identiques dans chaque secteur. Le taux de salaire par unité de travail efficace en $t + 1$ est noté w_{t+1}.

De plus chaque adulte bénéficie de son effort de formation passé et offre h_{t+1} unités de travail efficaces conformément à l'équation (1). Son revenu non salarial est $R_{t+1}s_t$ et il reçoit un transfert b_{t+1}. Sa consommation de deuxième période de vie vérifie donc[5] :

$$d_{t+1} = w_{t+1}h_{t+1} + R_{t+1}s_t + b_{t+1}. \tag{3}$$

En l'absence de politique incitative en matière d'éducation ($\mu_t = 0$), a_t et b_{t+1} jouent le rôle de taxes qui permettent à la fois d'effectuer des transferts entre les générations et de financer les dépenses publiques d'éducation. Ces taxes étant forfaitaires, elles ne créent pas de distorsions. En revanche, le taux de subvention μ_t a un rôle incitatif et a pour objectif de modifier la valeur marginale du temps passé à se former. Ces hypothèses permettent d'isoler l'effet de la subvention (par exemple un système de bourses), le financement public de l'éducation ayant une base forfaitaire.

Les préférences des individus sont représentées par une fonction d'utilité séparable :

$$V(c_t, d_{t+1}) = v(c_t) + \beta v(d_{t+1})$$

où $(1 - \beta) / \beta$ est le taux de préférence pour le présent. Nous supposons que $v'(\cdot) > 0$ et $v''(\cdot) < 0$.

Le revenu de cycle de vie W_t d'un individu né en t correspond à ses gains actualisés :

$$W_t = w_t(1 - u_t(1 - \mu_t))h_t^o - a_t + \frac{w_{t+1}G(TE_t, u_t)h_t^o + b_{t+1}}{R_{t+1}} = c_t + \frac{d_{t+1}}{R_{t+1}}.$$

Le programme de l'agent peut se résoudre en deux étapes. L'individu choisit en premier lieu son effort de formation optimal u_t :

$$R_{t+1} = \frac{w_{t+1}G_2'(TE_t, u_t)}{w_t(1 - \mu_t)} \tag{4}$$

5. Nous supposons par la suite que les prévisions des agents sont parfaites. Ainsi, les taux d'intérêt et de salaire en $t + 1$, qui ne sont pas formés lorsque l'agent choisit son plan de consommation en t, sont supposés correctement anticipés. Ceci est également valable pour le montant des taxes.

qui égalise les rendements du capital physique et du capital humain dans le cas d'un maximum intérieur ($0 < u_t < 1$). On a $u_t = u(w_t, w_{t+1}, R_{t+1}, \mu_t)$ avec $u_1 < 0$, $u_2 < 0$, $u_3 > 0$, $u_4 > 0$. Cet effort est notamment affecté par le taux de subvention qui modifie la rentabilité de l'investissement en capital humain. Si $\mu_t > 0$, chaque jeune qui se forme en t reçoit une subvention à l'éducation. Si $\mu_t < 0$, l'éducation est taxée. Toutes choses égales par ailleurs, plus le taux de subvention est élevé (ou plus le taux de taxe est faible) et plus l'effort de formation individuel est élevé. Le choix de l'effort d'éducation détermine donc le revenu de cycle de vie de l'individu W_t.

En second lieu, l'individu choisit son épargne afin de maximiser son utilité de cycle de vie :

$$v'(c_t) = \beta R_{t+1} v'(d_{t+1}).$$

Connaissant u_t, déterminé par (4), nous obtenons la fonction d'épargne :

$$s_t = s\big(R_{t+1}, w_t(1 - u_t(1 - \mu_t))\, h_t - a_t, w_{t+1}h_{t+1} + b_{t+1}\big).$$

1.2 *Les firmes*

Les firmes produisent un bien grâce à une technologie représentée par une fonction de production à rendements constants : $Y_t = F(K_t, L_t)$ où K_t est le stock de capital physique, L_t le travail en unités efficaces et Y_t le nombre d'unités de bien produites. Le capital physique est supposé se déprécier totalement en une période. En notant $k_t \equiv K_t / L_t$ et $y_t \equiv Y_t / L_t$, nous avons $y_t = f(k_t)$ avec $f'(k_t) > 0$ et $f''(k_t) < 0$.

1.3 *Le gouvernement*

À chaque période le budget public est équilibré. Les dépenses d'éducation permettent de financer le salaire des enseignants ($N_{t-1}\theta_t w_t h_t$) et de subventionner la durée de l'éducation ($N_t \mu_t u_t w_t h_t^o$). Elles sont égales au solde des contributions ($N_t a_t - N_{t-1} b_t$) :

$$(1 + n)\, a_t = \big((1 + n)\, \mu_t u_t + \theta_t\big)\, w_t h_t + b_t. \tag{5}$$

1.4 *L'équilibre*

L'offre de travail aux entreprises se compose d'une part de la force de travail des jeunes (nés en t) quand ils n'étudient pas, $(1 - u_t)h_t^o N_t$ et d'autre part de celle des adultes quand ils n'enseignent pas, $(1 - \theta_t)h_t N_{t-1}$. Donc :

$$L_t = N_{t-1} l_t h_t$$

avec $l_t \equiv (1 - u_t)(1 + n) + 1 - \theta_t$.

Les firmes maximisent leur profit à chaque période. Étant donné leur technologie de production, les conditions de premier ordre pour la maximisation du profit impliquent que :

$$R_t = f'(k_t)$$

et

$$w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t) \tag{6}$$

où R_t et w_t sont respectivement le facteur d'intérêt et le taux de salaire d'une unité de capital humain à la période t.

Sur le marché du bien, l'équilibre en t requiert que la demande de biens égalise l'offre, ou de manière équivalente que l'investissement soit égal à l'épargne :

$$K_{t+1} = N_t s_t.$$

Soit en variables intensives,

$$l_{t+1} h_{t+1} k_{t+1} = s\big(R_{t+1}, w_t(1 - u_t(1\text{-}\mu_t))\, h_t - a_t, w_{t+1} h_{t+1} + b_{t+1}\big). \tag{7}$$

Étant donné (6), ceci met en évidence une relation entre k_{t+1} et k_t qui est affectée notamment par le montant des transferts.

2. L'optimum centralisé

La puissance publique cherche à allouer les ressources disponibles dans l'économie entre toutes les générations actuelles et futures de manière à maximiser le bien-être social. Il y a deux contraintes d'accumulation : l'accumulation de capital humain (voir la relation 8 ci-après) et l'accumulation de capital physique (voir la relation 9 ci-après). L'objectif de la puissance publique est utilitariste : il consiste à maximiser la somme actualisée de l'utilité de tous les individus de toutes les générations (10) sous ces deux contraintes. Ce problème centralisé suppose que la puissance publique peut choisir les variables de décision individuelle, à savoir la durée de formation des individus, leurs consommations ainsi que le niveau de la production et le taux d'encadrement.

Le gouvernement internalise les deux externalités présentes dans le modèle : d'une part l'externalité dynamique à travers l'évolution du stock de capital humain et d'autre part l'externalité statique à travers la fixation à chaque période de la durée d'éducation et du nombre d'enseignants. On définit $X_t \equiv N_{t-1} h_t$, le stock de capital humain total des vieux nés en $t - 1$. De plus on note $Z(\theta_t, u_t)$ $= (1+n)\, G\left(\dfrac{\theta_t}{(1+n)u_t}, u_t\right)$. Alors

$$X_{t+1} = Z(\theta_t, u_t)\, X_t. \tag{8}$$

Il y a de plus une contrainte de ressources à chaque période t

$$K_{t+1} + N_t c_t + N_{t-1} d_t \leq F(K_t, l_t X_t) \tag{9}$$

avec $l_t \equiv (1 - u_t)(1 + n) + 1 - \theta_t$.

Étant donné ces deux contraintes, l'objectif public utilitariste consistera à maximiser à la période initiale ($t = 0$) la somme des utilités de toutes les générations à partir de cette date :

$$\text{Max} \sum_{t=-1}^{+\infty} \gamma^t N_t V(c_t, d_{t+1}).$$

En supposant que la consommation passée des agents vieux en $t = 0$ est donnée, cet objectif s'écrit de manière équivalente

$$\text{Max} \sum_{t=0}^{+\infty} \gamma^t (N_t v(c_t) + \gamma^{-1} N_{t-1} \beta v(d_t)), \tag{10}$$

s.c. (8) et (9).

En notant p_t et q_t les prix implicites associés à ces contraintes, nous pouvons écrire le Lagrangien (Λ) associé

$$\sum_{t=0}^{+\infty} \gamma^t \{ N_t v(c_t) + \gamma^{-1} N_{t-1} \beta v(d_t) + p_t (Z(\theta_t, u_t) X_t - X_{t+1}) + q_t F(K_t, l_t X_t) - K_{t+1}$$
$$- N_t c_t - N_{t-1} d_t \}.$$

D'où les conditions nécessaires d'optimalité :

$$\frac{\partial \Lambda}{c_t} = \gamma^t N_t v'(c_t) - \gamma^t N_t q_t = 0 \Rightarrow v'(c_t) = q_t, \tag{11}$$

$$\frac{\partial \Lambda}{d_t} = \gamma^{t-1} N_{t-1} \beta v'(d_t) - \gamma^t N_{t-1} q_t = 0 \Rightarrow v'(d_t) = q_t \gamma \beta^{-1}, \tag{12}$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\theta_t} = \gamma^t p_t X_t Z'_\theta(\cdot) - \gamma^t q_t X_t F'_L(\cdot) = 0 \Rightarrow p_t Z'_\theta(\cdot) = q_t F'_L(\cdot) \tag{13}$$

où $F'_L(\cdot) = F'_L(K_t, L_t)$ et $L_t = l_t X_t$,

$$\frac{\partial \Lambda}{u_t} = \gamma^t p_t X_t Z'_u(\cdot) - \gamma^t q_t X_t (1+n) F'_L(\cdot) = 0 \Rightarrow p_t Z'_u(\cdot) = q_t (1+n) F'_L(\cdot), \tag{14}$$

$$\frac{\partial \Lambda}{K_t} = -\gamma^{t-1} q_{t-1} + \gamma^t q_t F'_K(\cdot) = 0 \Rightarrow q_{t-1} = \gamma q_t F'_K(\cdot), \tag{15}$$

$$\frac{\partial \Lambda}{X_t} = -\gamma^{t-1} p_{t-1} + \gamma^t p_t Z(\cdot) + \gamma^t q_t l_t F'_L(\cdot) = 0 \Rightarrow p_{t-1} = \gamma p_t Z(\cdot) + \gamma q_t l_t F'_L(\cdot). \tag{16}$$

Par combinaison on obtient de manière équivalente :

$$v'(c_t) = q_t,$$

$$\beta \gamma^{-1} v'(c^t) = v'(d_t), \tag{17}$$

$$p_t Z'_\theta(\cdot) = q_t F'_L(\cdot),$$

$$Z'_u(\cdot) = (1+n)Z'_\theta(\cdot), \tag{18}$$

$$q_{t-1} = \gamma q_t F'_K(\cdot)$$

$$\text{et} \quad p_{t-1} = \gamma p_t(Z(\cdot) + l_t Z'_\theta(\cdot)). \tag{19}$$

Enfin la condition de transversalité à l'infini qui indique que la limite de la valeur actualisée des stocks est nulle : $\lim_{t\to+\infty}\gamma^t(p_t X_t + q_t K_t) = 0$, est vérifiée si et seulement si $\gamma(1 + n) < 1$ compte tenu des facteurs de croissance de X_t et K_t.

La condition (17) est classique : les utilités marginales des consommations des jeunes et des vieux vivant à une même période sont proportionnelles[6].

L'équation (13) est également une condition statique impliquant l'égalité entre la productivité marginale de la proportion d'enseignants dans l'éducation et son impact marginal négatif dans la production (du fait de la baisse de cette main-d'oeuvre qui y est allouée), étant donné leurs prix implicites. La condition (14), qui porte sur la durée de formation, s'interprète de la même manière. Toutefois contrairement au comportement décentralisé, le planificateur intègre l'effet d'une variation de la durée de formation sur l'efficacité du système éducatif dans $Z'_u(\cdot)$ qui représente la productivité marginale sociale de l'effort de formation. Ce terme prend en compte l'effet positif de l'effort personnel de formation sur l'accumulation de capital humain comme le feraient les individus, mais aussi son effet négatif qui transite par des classes plus chargées. Ceci implique que la durée de formation d'équilibre n'est pas optimale. Le choix optimal de u exclut notamment les intervalles pour lesquelles la productivité marginale sociale de l'éducation est négative ($Z'_u(\cdot) < 0$).

De ces deux dernières conditions résulte (18) qui implique qu'à l'optimum le rapport des productivités marginales de la durée de formation et de la proportion d'enseignants égalise ce même rapport dans la production du bien physique. Ce dernier est croissant en n qui est le paramètre améliorant l'efficacité marginale relative de la durée de la formation par rapport à la proportion d'enseignants. Autrement dit, plus n est élevé plus il est dommageable de retirer des jeunes de la production (indépendamment de l'analyse du secteur éducatif). Cette condition est équivalente à :

$$u_t G'_2(\cdot) = \left(1 + \frac{\theta_t}{(1+n)u_t}\right) G'_1(\cdot)$$

qui requiert l'égalisation de l'élasticité de la durée d'éducation et celle du taux d'encadrement (au terme unitaire près).

6. Le taux marginal de substitution, du point de vue du planificateur, est différent du taux marginal de transformation $(1 + n)$ car l'utilité des différentes générations dans la fonction objectif est pondérée par leur taille.

L'équation (15) est une condition d'arbitrage intertemporelle optimale concernant l'allocation du capital physique donnant l'évolution du prix implicite associé. Il s'agit de la règle d'or modifiée à l'état stationnaire ($\gamma F_K'(\cdot) = 1$).

La dernière condition (19) s'interprète de manière similaire pour le stock de capital humain. Cet arbitrage intertemporel prend en compte l'internalisation de la transmission de connaissances $(\gamma p_t Z(\cdot))$. Réduire le stock de capital humain est dommageable dans la mesure où les conséquences portent sur toutes les générations futures. Si le planificateur valorise peu les générations futures, cet impact est relativement faible.

Notons que la combinaison des équations (11), (12) et (15) prises aux périodes pertinentes induit :

$$v'(c_t) = \beta f'(k_{t+1})\, v'(d_{t+1})$$

qui est la condition de non-arbitrage en termes de consommations individuelles lorsque $f'(k_{t+1}) = R_{t+1}$.

En présence d'externalités, la politique optimale consistera à introduire une taxe ou une subvention sur la variable source d'inefficacité, à savoir ici la durée d'éducation. Dans le modèle d'Azariadis et Drazen (1990) apparaît seulement une externalité intergénérationnelle positive, de sorte qu'il est toujours optimal de subventionner l'éducation. Ici, il y a également une externalité intragénérationnelle négative qui agit sur *u*. *A priori*, la politique optimale peut consister en une subvention ou une taxe (voir l'annexe 1).

3. Les politiques optimales

L'analyse se situe dans une économie décentralisée dans laquelle il y a un système d'éducation publique. Nous cherchons à caractériser des politiques à mettre en oeuvre afin que l'équilibre de l'économie décentralisée coïncide avec l'optimum étudié dans la section précédente. En économie concurrentielle, les pouvoirs publics ne peuvent agir directement sur les prix. Cependant, d'après le deuxième théorème du bien-être, nous savons qu'une taxation (ou une subvention) des variables sur lesquelles agissent les externalités peuvent permettre de décentraliser l'optimum. Cette politique, qui influence les choix éducatifs individuels, permet une internalisation par les individus des externalités qui agissent sur l'éducation. Il faut également ici instaurer des transferts forfaitaires entre les générations pour financer les subventions et le salaire des enseignants tout en influençant l'épargne, donc l'accumulation de capital physique. Par contre, la proportion d'enseignants reste une variable de politique éducative contrôlée par la puissance publique. Elle sera donc fixée à chaque période à sa valeur issue du programme de croissance optimale, $\forall t,\ \theta_t = \hat{\theta}_t$.

Nous savons que les conditions nécessaires déterminant les consommations des différentes générations présentes en *t*, associées à l'évolution du stock de capital physique, impliquent la condition d'arbitrage individuelle en termes de consommation $v'(\hat{c}_t) = \beta \hat{R}_{t+1} v'(\hat{d}_{t+1})$ lorsque $\hat{R}_{t+1} = f'(\hat{k}_{t+1})$.

Proposition 1. *L'optimum centralisé ($\hat{c}_t$, $\hat{d}_t$, $\hat{h}_{t+1}$, $\hat{k}_{t+1}$, $\hat{\theta}_t$, $\hat{u}_t$, $\hat{l}_t$) est un équilibre de marché lorsque la subvention à l'éducation vérifie*

$$\hat{\mu}_t = 1 - \frac{\hat{w}_{t+1} G_2'(\hat{\theta}_t / (1+n)\hat{u}_t, \hat{u}_t)}{\hat{w}_t \hat{R}_{t+1}} \tag{20}$$

et que les transferts intergénérationnels vérifient

$$\hat{a}_t = \hat{w}_t(1 - \hat{u}_t(1 - \hat{\mu}_t))\hat{h}_t - \hat{c}_t - \hat{l}_{t+1}\hat{k}_{t+1}\hat{h}_{t+1}$$

$$\hat{b}_t = (1+n)\,\hat{a}_t - ((1+n)\hat{\mu}_t\hat{u}_t + \hat{\theta}_t)\,\hat{w}_t\hat{h}_t.$$

La démonstration de la proposition, fournie dans l'annexe 2, se réfère à celle de Marchand, Michel et Pestieau (1990).

D'après (6) la condition (20) assure que le choix individuel d'éducation d'un individu est optimal à chaque période ($u_t^* = \hat{u}_t, \forall t$) sachant que l'intensité capitalistique et la proportion d'enseignants sont fixées à leurs valeurs optimales. Ceci permet alors de déterminer la valeur optimale du transfert de première période ($\hat{a}_t$). Les valeurs de $\hat{\mu}_t$ et $\hat{a}_t$ connues, il est immédiat de déduire celle de $\hat{b}_t$. Ainsi à chaque période, il est possible de décentraliser l'optimum.

En ce qui concerne le signe de la subvention, l'intuition est la suivante : l'externalité statique est négative dans la mesure où elle conduit les individus à se suréduquer, puisqu'ils ne prennent pas en compte le phénomène de congestion du système éducatif. L'externalité dynamique est positive puisque les individus n'intègrent pas dans leurs décisions le fait que leur effort d'éducation profitera à leurs enfants. Si le premier effet domine, on s'attend donc à ce qu'une taxe à l'éducation soit instaurée et inversement si le deuxième effet domine.

Dans le cas d'une accumulation de capital humain de type Cobb-Douglas, le taux de subvention est une fonction croissante du facteur d'actualisation social. Si l'élasticité du taux d'encadrement est suffisamment élevée, c'est-à-dire si l'externalité négative est assez forte, il est toujours optimal de taxer l'éducation. Si cette élasticité est suffisamment faible, il est optimal de subventionner l'éducation. Pour une élasticité intermédiaire, une subvention sera instaurée si et seulement si le facteur d'actualisation social est assez élevé. Dans le cas contraire, l'éducation est taxée.

3.1 *Le sentier de croissance optimale à taux constant*

La solution générale établie dans le paragraphe précédent se prête difficilement à une étude simple de l'impact des différents paramètres sur les valeurs optimales des variables. Ainsi, à partir des valeurs optimales de la durée de formation et de la proportion d'enseignants, il est possible le long du sentier de croissance régulier de calculer les valeurs optimales des autres variables du modèle, notamment de caractériser le signe de la subvention.

Proposition 2. *Le sentier de croissance optimal à taux constant* $\hat{g} = (1+n)$ $G\left(\frac{\hat{\theta}}{(1+n)\hat{u}}\right) - 1$ *est caractérisé par les conditions suivantes (avec* h_0 *donné) :*

$\hat{\theta}$ *et* $\hat{u}$ *sont constants.*

$\hat{c}_t$ *est défini par* $\hat{c}_{t+1} = \left(\frac{1+\hat{g}}{1+n}\right)\hat{c}_t$.

$\hat{d}_t$ *est défini par* $\hat{d}_{t+1} = \left(\frac{1+\hat{g}}{1+n}\right)\hat{d}_t$.

$\hat{h}_t$ *est défini par* $\hat{h}_{t+1} = G\left(\frac{\hat{\theta}}{(1+n)\hat{u}}, \hat{u}\right)\hat{h}_t$ *et* $\hat{h}_0 = h_0$ *est donné.*

$\hat{k}$ *est constant et défini par* (26).

$\hat{K}_t$ *est défini par* $\hat{K}_t = \hat{k}N_{t-1}\hat{h}_t$.

La preuve est fournie dans l'annexe 3.

Le long du sentier de croissance optimale à taux constant, $\hat{k}$, $\hat{\theta}$ et $\hat{u}$ sont constants. Dans l'économie décentralisée, le salaire $\hat{w}$ et le facteur d'intérêt $\hat{R}$ sont également constants. On déduit de l'expression (20) que le taux de subvention $\hat{\mu}$ est constant et

$$\hat{\mu} = 1 - \frac{1}{\hat{R}} G_2'\left(\frac{\hat{\theta}}{(1+n)\hat{u}}, \hat{u}\right). \tag{21}$$

Ce taux peut-être positif ou négatif en raison des deux externalités qui ont des effets contraires; le taux d'encadrement et la transmission intergénérationnelle de capital humain.

Pour préciser ces effets, nous allons considérer un exemple.

3.2 *Un exemple*

Dans le cas d'une fonction d'accumulation de capital humain Cobb-Douglas $G(TE_t, u_t) = TE_t^{\eta}\, u_t^{\delta}$ avec $\delta > \eta$, la productivité marginale sociale de l'effort personnel d'éducation est toujours positive ($(\delta - \eta)\, \theta_t^{\eta}\, (1+n)^{-\eta} u_t^{\delta-\eta} > 0$).

En nous servant de l'annexe 3 (équations (27) et (28)), nous obtenons les valeurs optimales de la proportion d'enseignants, $\hat{\theta} = \eta\gamma(1+n)(2+n)/(1-\gamma(1-\delta)(1+n))$, et de l'effort d'éducation[7], $\hat{u} = (\delta-\eta)\,\gamma(2+n)/(1-\gamma(1-\delta)(1+n))$.

7. Le respect de la condition de transversalité implique $\hat{\theta} > 0$ et $\hat{u} > 0$.

En premier lieu, la proportion optimale d'enseignants $\hat{\theta}$ et la durée optimale de formation $\hat{u}$ sont croissantes avec la pondération des générations successives (γ) et avec le taux de croissance de la population (n). Le taux de croissance optimal de l'économie est donc aussi croissant en γ et en n.

Un facteur d'actualisation plus élevé correspond à une valorisation accrue du bien-être (relatif) des générations futures. Étant donné le caractère utilitariste de la fonction de bien-être social, les générations futures ont un poids accru quand le taux de croissance de la population est plus élevé car elles sont relativement plus nombreuses. Or, plus le poids relatif des générations futures dans l'objectif des pouvoirs publics est important, plus l'accumulation de capital humain (donc le taux de croissance) devra être importante. Ceci conduit en effet à des niveaux de consommation plus importants pour les générations futures, ce qui améliore leur bien-être.

En second lieu, $\hat{\theta}$ croît avec l'élasticité du taux d'encadrement (η) et décroît avec l'élasticité privée de la durée de formation (δ), contrairement à $\hat{u}$.

Plus l'élasticité du taux d'encadrement est élevée, plus la productivité marginale de la « durée d'enseignement » s'accroît relativement à celle de la durée d'éducation, sous le double effet d'un accroissement de la productivité des enseignants et d'une baisse de la productivité de l'effort d'éducation. Il sera alors optimal d'employer plus d'enseignants. Ce faisant, on réduit la force de travail disponible pour la production. Pour compenser cette réduction, la durée de formation s'abaisse (ce qui accroît la main-d'oeuvre jeune).

Lorsque l'élasticité de la durée de formation s'accroît, les résultats sont logiquement inversés. Il faut noter toutefois qu'ici l'efficacité relative de la proportion d'enseignants dans les deux secteurs est inchangée et que sa baisse résulte uniquement de l'amélioration de l'efficacité marginale de la durée de formation dans le secteur éducatif.

À l'aide de la valeur de $\hat{u}$, de (21) et de (26), nous obtenons le taux de subvention optimal :

$$\hat{\mu} = 1 - \frac{\delta(1-\gamma(1-\delta)(1+n))}{(\delta-\eta)(2+n)}. \tag{22}$$

Le long du sentier de croissance à taux constant, le taux de subvention est une fonction croissante du facteur d'actualisation social. Plus le planificateur accorde de poids aux générations futures, plus il valorise l'effet de l'externalité intergénérationnelle et, par conséquent, plus le taux de subvention (taxe) sera élevé (faible).

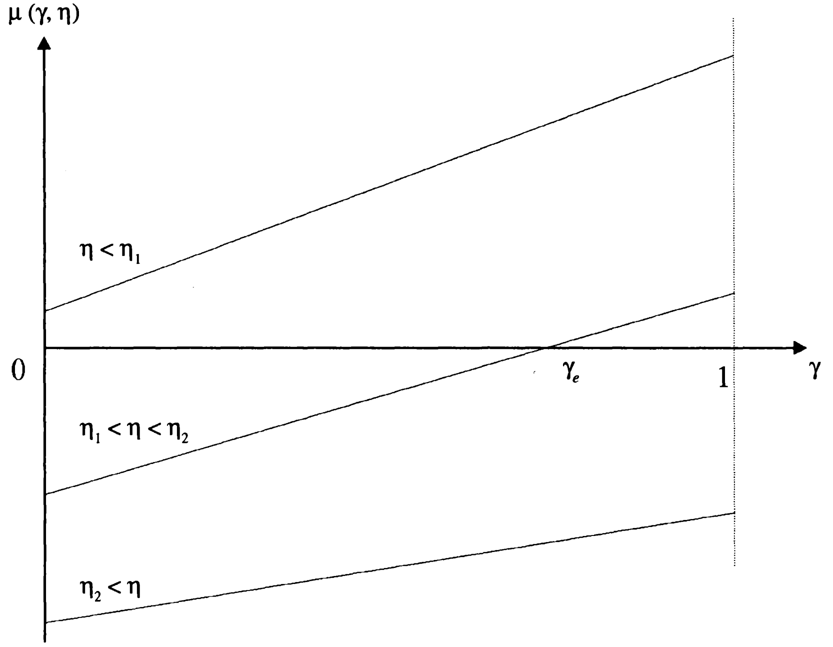
Cependant le signe de la subvention dépend en premier lieu de l'intensité relative des externalités statique et dynamique. Lorsque l'élasticité du taux d'encadrement η est assez faible, l'externalité statique négative est relativement faible et une subvention à l'éducation est instaurée. Inversement, lorsque η est assez proche de l'élasticité de l'effort personnel de formation δ, l'éducation est taxée. Pour des valeurs intermédiaires de η, le signe de la subvention dépend du facteur d'actualisation social.

Le taux de subvention est une fonction croissante du facteur d'actualisation social. Ses limites quand $\gamma \to 0$ et quand $\gamma \to \dfrac{1}{1+n}$ sont respectivement $\hat{\mu}_m = 1 - \dfrac{\delta}{(\delta-\eta)(2+n)}$ et $\hat{\mu}_M = 1 - \dfrac{\delta^2}{(\delta-\eta)(2+n)}$. Lorsque l'externalité intragénérationnelle est relativement faible $\left(\eta < \eta_1 = \dfrac{(1+n)\delta}{(2+n)}\right)$, $\hat{\mu}_m$ est positif. Dans ce cas, il sera optimal de subventionner l'éducation pout tout γ. Lorsque cette externalité est relativement importante $(\eta > \eta_1(2-\delta))$, $\hat{\mu}_M$ est négatif. L'éducation sera alors taxée pout tout γ. Enfin lorsque l'externalité intragénérationnelle est intermédiaire $(\eta_1 < \eta < \eta_1(2-\delta))$, l'instauration d'une taxe ou d'une subvention dépend directement du facteur d'actualisation. Il est aisé de voir qu'il existe une valeur γ_l de γ telle que $\hat{\mu} < 0$ si $\gamma < \gamma_l$ et $\hat{\mu} > 0$ si $\gamma > \gamma_l$.

L'analyse est résumée dans le graphique ci-dessous.

GRAPHIQUE 1

LE TAUX DE SUBVENTION OPTIMAL



CONCLUSION

Notre but a été d'intégrer explicitement le système éducatif public dans un modèle de croissance et d'en apprécier l'impact sur les politiques optimales. Nous avons montré qu'aux côtés des externalités positives liées au processus d'éducation généralement présentées dans la littérature (dont nous retenons une forme particulière) apparaît (au moins) une externalité statique négative liée à la durée d'éducation individuelle et transitant par la qualité de l'éducation, mesurée par le taux d'encadrement. Les individus n'ont pas conscience que leur effort de formation influence l'efficacité de la formation qu'ils entreprennent. Par conséquent, la politique optimale d'éducation, consistant à choisir le nombre d'adultes destinés à l'enseignement et la durée d'éducation individuelle, n'est plus forcément triviale. En particulier, rien ne garantit qu'il faille systématiquement subventionner l'éducation. Par exemple, des niveaux de formation élevés associés à une population enseignante abondante peuvent se révéler inefficaces car d'un côté l'éducation dispensée peut se révéler de qualité médiocre et d'un autre côté le retrait d'une main-d'oeuvre vers le système éducatif peut conduire à une baisse trop importante de la production du bien final. Dans une telle situation, inciter une partie des individus à étudier moins peut se révéler plus efficace.

ANNEXE 1

LA POLITIQUE OPTIMALE

La combinaison des conditions (14), (15) et (16) nous permet de faire disparaître les prix implicites. Alors :

$$\frac{F_K'(K_t, L_t)F_L'(K_{t-1}, L_{t-1})}{F_L'(K_t, L_t)G_2'(., u_{t-1})} = \Theta(\cdot) \tag{23}$$

où $\Theta(\cdot) = \left[\frac{(1+n)u_{t-1}}{(1+n)u_{t-1} + \theta_{t-1}}\right]\left[\frac{(1+n)\,G(., u_t)}{G_2'(., u_t)}\left(\frac{(1+n)u_t + \theta_t}{(1+n)u_t}\right) + l_t\right]$.

Avec $F_K'(K_t, L_t) = R_t$, $F_L'(K_t, L_t) = w_t$ et $F_L'(K_{t-1}, L_{t-1}) = w_{t-1}$, le terme de gauche de l'équation (23) rappelle le choix optimal d'éducation en économie décentralisée qui peut s'écrire : $\frac{R_t w_{t-1}}{w_t G_2'(., u_{t-1})} = \frac{1}{1-\mu_t}$ (*cf.* (4)). Lorsque $\Theta(\cdot) > 1$, une subvention à l'éducation est instaurée, $\mu_t > 0$. Puisque le premier terme entre crochets est toujours inférieur à l'unité, une subvention de la durée d'éducation sera optimale ssi le deuxième terme entre crochets est suffisamment élevé. C'est le cas lorsque $\frac{G(., u_t)}{G_2'(., u_t)\,u_t}$ est élevé, donc u_t assez faible (contrairement à θ_t).

ANNEXE 2

DÉMONSTRATION DE LA PROPOSITION 1

Les conditions d'équilibre en présence des contributions et de la subvention sont données par (2), (3), (4), (5), (6), (7), (9) et (20).

Montrons que ces conditions sont vérifiées pour ($\hat{c}_t$, $\hat{d}_t$, $\hat{k}_t$, $\hat{\theta}_t$, $\hat{u}_t$, $\hat{\mu}_t$, $\hat{a}_t$ et $\hat{b}_t$). Par hypothèse de faisabilité, la contrainte de ressources est toujours vérifiée. On vérifie (6) et (4) grâce à $\hat{R}_{t+1} = f'(\hat{k}_{t+1})$ et $\hat{w}_t = f(\hat{k}_t) - \hat{k}_t f'(\hat{k}_t)$. L'équation (7) est vérifiée avec $\hat{l}_{t+1}\hat{k}_{t+1}\hat{h}_{t+1} = \hat{s}_t$ où $\hat{l}_{t+1} = (1 - \hat{u}_{t+1})(1 + n) + 1 - \hat{\theta}_{t+1}$. La condition (20) fournit alors $\hat{\mu}_t$. Connaissant $\hat{\mu}_t$, on vérifie (2) avec $\hat{a}_t = \hat{w}_t(1 - \hat{\mu}_t(1 - \hat{\mu}_t))\hat{h}_t - \hat{c}_t - \hat{l}_{t+1}\hat{k}_{t+1}\hat{h}_{t+1}$. On vérifie alors (5) avec un transfert $\hat{b}_t = (1 + n)\hat{a}_t - ((1 + n)\hat{\mu}_t\hat{u}_t + \hat{\theta}_t)\hat{w}_t\hat{h}_t$ en se servant notamment de la définition de $\hat{a}_t$. Enfin on peut montrer que (3) est la conséquence des autres conditions. En effet, en se servant de $K_t + 1 = N_t s_t$, l'équation (9) se réécrit en variables intensives :

$$\hat{d}_{t+1}/(1 + n) = [\hat{l}_{t+1}\hat{h}_{t+1}f(\hat{k}_{t+1})/(1 + n)] - \hat{s}_t - \hat{c}_t.$$

Puis on remplace (2) prise en $t + 1$ dans l'équation précédente

$$\hat{d}_{t+1}/(1 + n) = [\hat{l}_{t+1}\hat{h}_{t+1}f(\hat{k}_{t+1})/(1 + n)] - \hat{w}_{t+1}[1 - \hat{u}_{t+1}(1 - \hat{\mu}_{t+1})]\hat{h}_{t+1} + \hat{a}_t.$$

On substitue dans cette dernière équation la valeur de $\hat{a}_t$ provenant de (5) et celle du taux de salaire donnée par (6). Après quelques manipulations, il vient :

$$\hat{d}_{t+1} = \hat{l}_{t+1}\hat{k}_{t+1}\hat{h}_{t+1}f'(\hat{k}_{t+1}) + \hat{w}_{t+1}\hat{h}_{t+1} + \hat{b}_{t+1}.$$

Enfin grâce à (6) et (7), on obtient

$$\hat{d}_{t+1} = \hat{w}_{t+1}\hat{h}_{t+1} + \hat{R}_{t+1}\hat{s}_t + \hat{b}_{t+1}.$$

Ceci prouve notre proposition de décentralisation de l'optimum.

ANNEXE 3

DÉMONSTRATION DE LA PROPOSITION 2

Techniquement on cherche des valeurs constantes $\hat{\theta}$ de θ et $\hat{u}$ de u pour lesquelles toutes les conditions nécessaires d'optimalité sont vérifiées. À ces valeurs correspond un taux de croissance $\hat{g}$ du capital humain :

$$1+\hat{g}=\frac{X_{t+1}}{X_t}=Z(\hat{\theta},\hat{u}). \tag{24}$$

Le stock de capital physique croît au même taux si

$k_t = \dfrac{K_t}{X_t} = \hat{k}$ est constant.

Les contraintes de ressources s'écrivent alors

$$X_t F(\hat{k},(1+n)(1-\hat{u})+1-\hat{\theta}) = Z(\hat{\theta},\hat{u})\,\hat{k}X_t + x_t X_t$$

où $x_t = \dfrac{N_t c_t + N_{t-1}d_t}{X_t} = \dfrac{C_t}{X_t}$ est le ratio consommation totale de la période sur X_t.

On en déduit que x_t doit être constant $x_t = \hat{x}, \forall t$, avec :

$$F(\hat{k},\hat{l}) = \hat{k}Z(\hat{\theta},\hat{u}) + \hat{x} \text{ où } \hat{l} = (1+n)(1-\hat{u})+1-\hat{\theta} \tag{25}$$

Ainsi $N_t c_t + N_{t-1}d_t = \dfrac{N_t}{q_t}\left(1+\dfrac{\beta}{\gamma(1+n)}\right)$ croît au même taux que X_t. Il s'ensuit que c_t, d_t, $\dfrac{1}{q_t}$ admettent le même facteur de croissance constant :

$$\frac{c_t}{c_{t-1}}=\frac{d_t}{d_{t-1}}=\frac{q_{t-1}}{q_t}=\frac{1+\hat{g}}{1+n}=G\left(\frac{\hat{\theta}}{(1+n)\,\hat{u}},\hat{u}\right)$$

et la condition (15) implique

$$\gamma F_K'(\hat{k},\hat{l}) = G\left(\frac{\hat{\theta}}{(1+n)\,\hat{u}},\hat{u}\right) \tag{26}$$

donc $\hat{k} = k(\hat{\theta},\hat{u})$.

D'après (13) et (14), $\hat{\theta}$ et $\hat{u}$ vérifient alors :

$$\hat{u}\,G_2'\left(\frac{\hat{\theta}}{(1+n)\,\hat{u}},\hat{u}\right)=\left(1+\frac{\hat{\theta}}{(1+n)\,\hat{u}}\right)G_1'\left(\frac{\hat{\theta}}{(1+n)\,\hat{u}},\hat{u}\right) \tag{27}$$

Enfin $p_t Z'_\theta(\hat{\theta}, \hat{u}) = q_t F'_L(\hat{k}, \hat{l})$ implique que p_t croît au même taux que q_t. La condition (16) s'écrit alors :

$$[1-(1+n)\gamma]\,\hat{u}\,G\left(\frac{\hat{\theta}}{(1+n)\,\hat{u}}, \hat{u}\right) = \gamma\, G'_1\left(\frac{\hat{\theta}}{(1+n)\,\hat{u}}, \hat{u}\right). \tag{28}$$

La réciproque est également vérifiée. En effet, si $\hat{\theta}$ et $\hat{u}$ vérifient (27) et (28), l'équation (24) détermine $\hat{g}$, l'équation (26) donne $\hat{k}$ et l'équation (25) détermine $\hat{x}$. Comme c_t, d_t, q_t et p_t croissent au même taux, les quatre équations nécessaires sont vérifiées en tout t. Enfin on déduit de $\hat{g}$ la suite des X_t et K_t.

BIBLIOGRAPHIE

AZARIADIS, C. et A. DRAZEN (1990), « Threshold Externalities in Economic Development », *Quaterly Journal of Economics*, 101 : 501-526.

BECKER, G.S. (1964), *Human Capital*, National Bureau Of Economic Research, Columbia University Press, New York.

BECKER, G.S. et B.R. CHISWICK (1966), « The Economics of Education: Education and the Distribution of Earnings », *American Economic Review*, 56 : 358-370.

BEN-PORATH, Y. (1967), « The Production of Human Capital and the Life Cycle of Earnings », *Journal of Political Economy*, 75(4) : 352-365.

CARD, D. et A.B. KRUEGER (1992), « Does School Quality Matter? Returns to Education and the Characteristics of Public Schools in the United States », *Journal of Political Economy*, 100(1) : 1-40.

DESSUS, S. (1999), « Capital humain et croissance : le rôle retrouvé du système éducatif », mimeo, Centre de Développement de l'OCDE, Paris.

GLOMM, G. et B. RAVIKUMAR (1992), « Public versus Private Investment in Human Capital: Endogenous Growth and Income Inequality », *Journal of Political Economy*, 100(4) : 818-834.

GRADSTEIN, M. et M. JUSTMAN (1996), « The Political Economy of Mixed Public and Private Schooling: A Dynamic Analysis », *International Tax and Public Finance*, 3(3) : 297-310.

KRUEGER, A.B. (1997), « Experimental Estimates of Education Production Functions », *Working paper series*, No 97-198.

LOEB, S. et J. BOUND (1996), « The Effect of Measured School Inputs on Academic Achievement: Evidence from the 1920s, 1930s and 1940s Birth Cohorts », *The Review of Economics and Statistics*, 653-664.

LUCAS, R.E. (1988), « On the Mechanics of Economic Development », *Journal of Monetary Economics*, 22(1) : 3-42.

MARCHAND, M., P. MICHEL et P. PESTIEAU (1990), « Optimal Intergenerational Transfers in a Growth Model with Fertility and Productivity Change », *Core Discussion Paper*, No 9059.

MICHEL, P. (1993), « Le modèle à générations imbriquées, un instrument d'analyse macroéconomique », *Revue d'économie politique,* 103(2) : 191-220.

SCHULTZ, T.W. (1961), « Investment in Human Capital », *American Economic Review,* 51(1) : 1-17.

UZAWA, H. (1965), « Optimum Technological Change in an Aggregative Model of Economic Growth », *International Economic Review*, 6(1) : 18-31.